no10 略解

0.

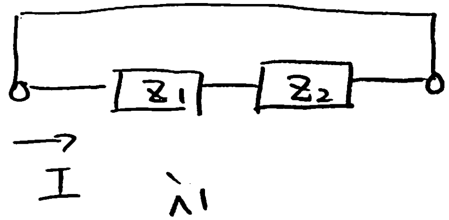
(a) 各結合部分で電荷がたまらないとすると、電荷の保存則から、結合部分に流れ込む電流の和は0である。 ($0 = \partial_t \rho = -\nabla\cdot J$)

→ キルヒホッフの第1法則

磁場がない所では $\nabla\times E = -\partial B/\partial t = 0$ したがって素子をつなぐ結合部分を結ぶ任意の閉じた経路(素子の中は通らない)について

$\oint dl\cdot E = 0$ つまり各素子の両端の電位差を閉じたループに沿って足しあげた結果は0になる. → キルヒホッフの第2法則

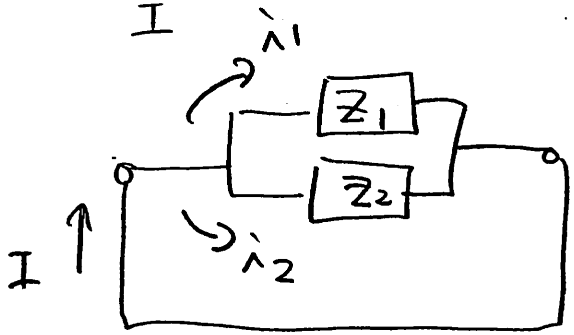
(b)



$IZ_1 + IZ_2 = 0$ (第2法則より)

図の2つの白丸間の電位差は $Z_p = Z_1 + Z_2$ の素子が1つあるのと同じ

(c)



$I = i_1 + i_2$ (第1法則)

$Z_1 i_1 - Z_2 i_2 = 0$ (第2法則)

これを解いて

$i_1 = \frac{Z_2}{Z_1+Z_2} I \quad i_2 = \frac{Z_1}{Z_1+Z_2} I$

これから、図の2つの白丸間の電位差は

$Z_p = \frac{Z_1 Z_2}{Z_1+Z_2}$ の素子が1つあるのと同じ。

1.

(1)
$$\begin{cases} \dfrac{dQ}{dt} = I \\ L\dfrac{dI}{dt} + \dfrac{Q}{C} = 0 \end{cases} \rightarrow L\frac{d^2Q}{dt^2} = -\frac{Q}{C}$$

一般解は

$$Q = Q_0 \cos(\omega t + \phi)$$

$$\omega = 1/\sqrt{LC}$$

初期条件をみたすために、

$$\begin{cases} q_0 = Q_0 \cos(\phi) \\ 0 = -\omega Q_0 \sin(\phi) \end{cases}$$

これから、 $\phi = 0 \quad Q_0 = q_0 \qquad \therefore Q = q_0 \cos(\omega t)$

(2)
$$\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = u \\ m\dfrac{du}{dt} + kx = 0 \end{cases}$$

対応関係は、

質量 m $\longleftrightarrow$ インダクタンス L

変位 x $\longleftrightarrow$ 電荷 Q

速さ u $\longleftrightarrow$ 電流 I

ばね定数 k $\longleftrightarrow$ 静電容量の逆数 $1/C$.

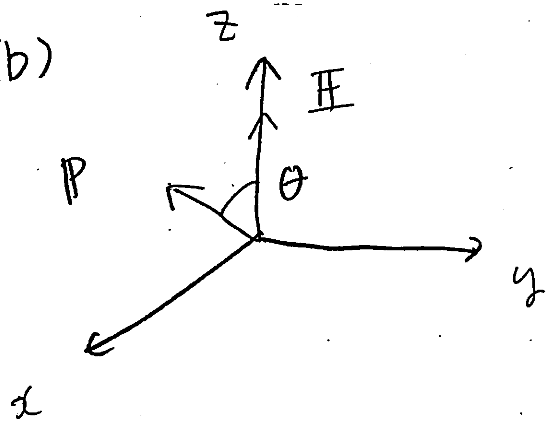
つまり、質点とコイル，ばねとコンデンサーが対応している．

2.

(a) $\mathbb{F} = (q-q)\mathbb{E} = 0$

$$\mathbb{N} = \frac{d}{2}\hat{n}\times q\mathbb{E} + \left(-\frac{d}{2}\hat{n}\right)\times(-q\mathbb{E}) = \underbrace{dq\hat{n}}_{\mathbb{P}}\times\mathbb{E}$$

(b)



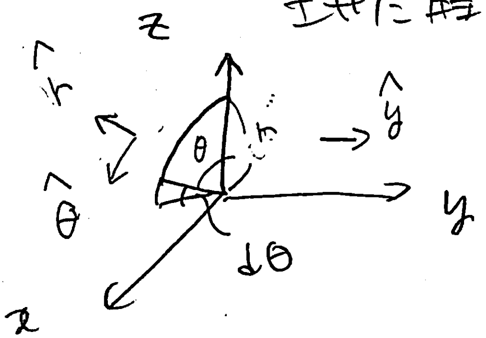
$$\mathbb{N} = \mathbb{P}\times\mathbb{E} = pE\sin\theta\,(-\hat{y})$$

これに逆らうトルクは、 $\mathbb{N}' = -\mathbb{N}$

$\mathbb{N}'$のする仕事を考えて

$$U = \int_{\pi/2}^{\theta}\hat{y}\,d\theta\cdot\mathbb{N}' = -pE\cos\theta$$
$$= -\mathbb{P}\cdot\mathbb{E}$$

note 質点をある軸のまわりに角度dθだけ回転させた時に外力$\mathbb{F}$のする仕事は、



$$dU = \mathbb{F}\cdot d\mathbb{r}$$

例えば y軸を回転軸にとると

$$d\mathbb{r} = r\,d\theta\,\hat{\theta}$$

$\hat{\theta} = \hat{y}\times\hat{r}$

$\mathbb{r} = r\hat{r}$

したがって

$$dU = \mathbb{F}\cdot(\hat{y}\times\hat{r})\,r\,d\theta = \hat{y}\,d\theta\cdot\underbrace{(\mathbb{r}\times\mathbb{F})}_{\text{力のトルク}\ \mathbb{N}}$$