No 6 略解

$\mathbb{r}_0$として原点をとって

0

$$\mathbb{m} = \frac{1}{2}\int \rho\, d\rho\, d\varphi\, dz \left((\rho\hat{\rho} + z\hat{z}) \times I\delta(\rho - a)\delta(z)\hat{\varphi} \right)$$

$$= \frac{1}{2} \times 2\pi \times a^2 I \underbrace{(\hat{\rho} \times \hat{\varphi})}_{\hat{z}} = \pi a^2 I \hat{z}$$

1

(1) $$\mathbb{A}(\mathbb{r}) = -\frac{\mu_0}{4\pi} m\hat{z} \times \left(-\frac{1}{r^2}\right)\left(\frac{x}{r}\hat{x} + \frac{y}{r}\hat{y} + \frac{z}{r}\hat{z}\right)$$

$$= \frac{\mu_0 m}{4\pi r^2}\left(\frac{x}{r}\hat{y} - \frac{y}{r}\hat{x}\right) = \underbrace{\frac{\mu_0 m \rho}{4\pi(\rho^2 + z^2)^{3/2}}}_{A_\varphi}\hat{\varphi}$$

(2) $$\mathbb{B}(\mathbb{r}) = B_\rho \hat{\rho} + B_\varphi \hat{\varphi} + B_z \hat{z}$$

$$B_\rho = -\frac{\partial A_\varphi}{\partial z} = -\frac{\mu_0 m \rho}{4\pi}\left(-\frac{3}{\cancel{2}}(\rho^2 + z^2)^{-5/2} \cdot \cancel{2}z\right) = \frac{3}{4\pi}\mu_0 m \frac{\rho z}{(\rho^2 + z^2)^{5/2}}$$

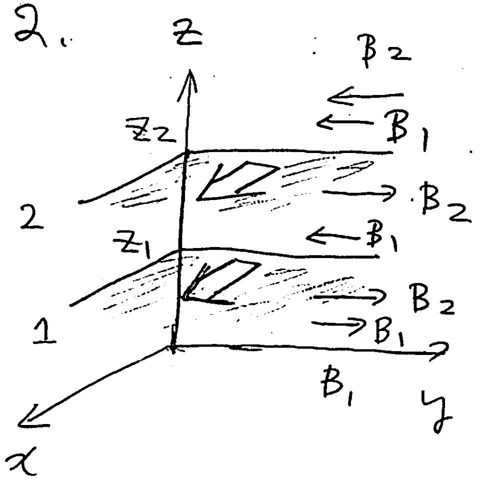
$$B_\varphi = 0$$

$$B_z = \frac{1}{\rho}\frac{\partial}{\partial \rho}(\rho A_\varphi) = \frac{A_\varphi}{\rho} + \frac{\partial A_\varphi}{\partial \rho}$$

$$= \frac{\mu_0 m}{4\pi}\left\{\frac{1}{(\rho^2 + z^2)^{3/2}} + \frac{1}{(\rho^2 + z^2)^{3/2}} - \frac{3}{2}\frac{2\rho^2}{(\rho^2 + z^2)^{5/2}}\right\}$$

$$= \frac{\mu_0 m}{2\pi(\rho^2 + z^2)^{3/2}}\left(1 - \frac{3}{2}\frac{\rho^2}{\rho^2 + z^2}\right)$$

2.



(a) 1, 2が作る磁場はy軸に平行で、強さはそれぞれ

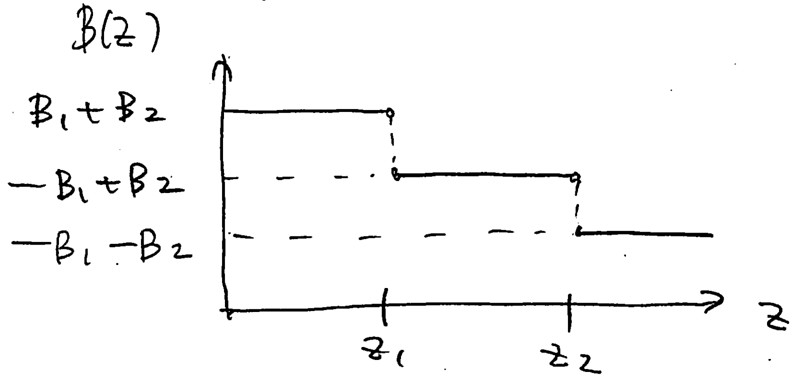
$$B_1 = \frac{\mu_0 K_1}{2} \quad B_2 = \frac{\mu_0 K_2}{2} \quad \text{(No5−3より)}$$

向きは図の通り。

$K_1>0, K_2>0$ として図示。

(b) $\boldsymbol{B}(\boldsymbol{r}) = B(z)\hat{y}$ で

$$B(z) = \begin{cases} B_1 + B_2 & (z<z_1) \\ -B_1 + B_2 & (z_1<z<z_2) \\ -B_1 - B_2 & (z_2<z) \end{cases}$$



(c) 上の結果から

① $z<z_1$ では $T_{yy} = \dfrac{(B_1+B_2)^2}{2\mu_0}$ $T_{xx} = T_{zz} = -\dfrac{(B_1+B_2)^2}{2\mu_0}$ あとの成分は 0

② $z_1<z<z_2$では $T_{yy} = \dfrac{(-B_1+B_2)^2}{2\mu_0}$ $T_{xx} = T_{zz} = -\dfrac{(-B_1+B_2)^2}{2\mu_0}$ 〃

③ $z_2<z$ では $T_{yy} = \dfrac{(B_1+B_2)^2}{2\mu_0}$ $T_{xx} = T_{zz} = -\dfrac{(B_1+B_2)^2}{2\mu_0}$ 〃

(d) 1の受ける力

$$\boldsymbol{F}_1 = K_1 S B_2 \hat{z} = S \frac{\mu_0}{2} K_1 K_2 \hat{z}$$

面積

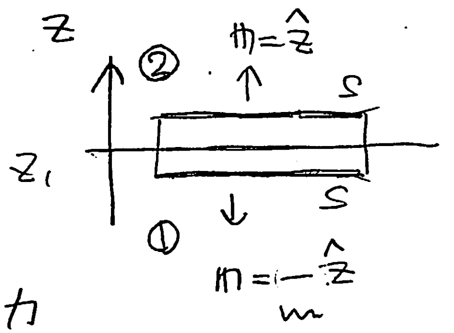
単位面積あたり

$$\boldsymbol{F}_1 / S = \frac{\mu_0}{2} K_1 K_2 \hat{z}$$

2の受ける力

$$\boldsymbol{F}_2 = K_2 S B_1 (-\hat{z}) = - S \frac{\mu_0}{2} K_1 K_2 \hat{z} \ (= -\boldsymbol{F}_1)$$

(e)



$$\boldsymbol{F}_1 / S = \left(T_{zz}^{②} - T_{zz}^{①} \right) \hat{z}$$

$$= \frac{1}{2\mu_0} \left(-(-B_1 + B_2)^2 + (B_1 + B_2)^2 \right) \hat{z} = \frac{\mu_0}{2} K_1 K_2 \hat{z}$$

Maxwell応力

$$dF_\mu = \sum_\nu n_\nu T_{\nu\mu} \, dS.$$

↓ 力の成分

↓ 表面の外向き法線ベクトル.

同様にして $\boldsymbol{F}_2 / S = - \hat{z} \frac{\mu_0}{2} K_1 K_2 \hat{z}$

で(d)に一致.