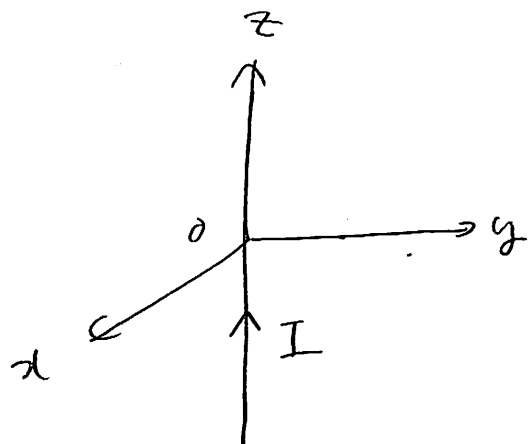


No5 略解

0.



$$\vec{j} = I \delta(x) \delta(y)$$

$$\nabla \cdot \vec{B} = 0 \quad \text{--- ①}$$

$$\nabla \times \vec{B} = \mu_0 I \delta(x) \delta(y) \quad \text{--- ②}$$

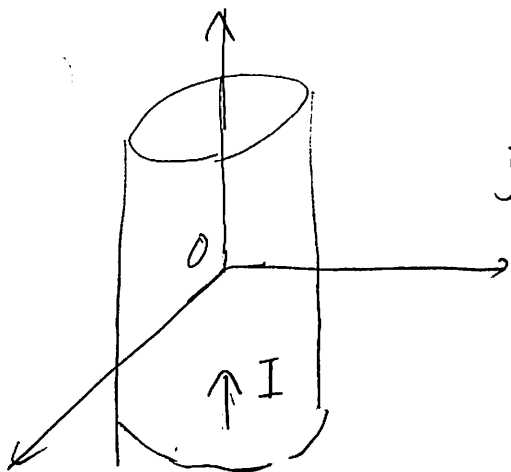
軸対称なので $\vec{B}(r) = B_r(r) \hat{r} + B_\phi(r) \hat{\phi}$ と仮定

① → 両辺を z 軸を中心とする円柱内の体積分し、ガウスの定理を用いる → $B_r(r) = 0$ となる。

② → 両辺を z 軸を中心とする円筒の面積分し、ストークスの定理を用いる

$$\rightarrow B_\phi(r) = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$

1.



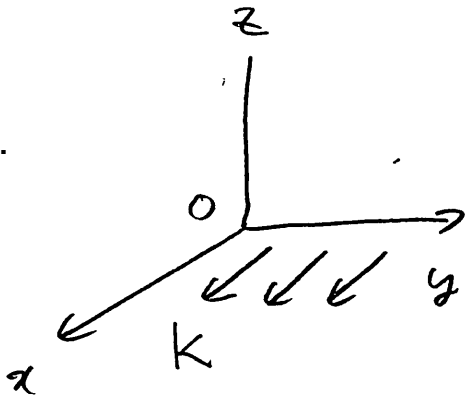
$$\vec{j}(r) = \begin{cases} \frac{I}{\pi a^2} \hat{z} & (0 < r < a) \\ 0 & r > a \end{cases}$$

1. と同じようにして

$$B_r(r) = 0$$

$$B_\phi(r) = \begin{cases} \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \left(\frac{r}{a}\right)^2 & (0 < r < a) \\ \frac{\mu_0 I}{2\pi r} & (r > a) \end{cases}$$

2.



電流の流れる面を $z=0$ とする。

(電流密度は $\mathbf{j} = k \delta(z) \hat{x}$)

$z=0$ 面上に対称性と, $x-y$ 面内の並進対称性から

$B = B(z)$ $B(z) = -B(-z)$ (対称性)

$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \rightarrow \int_V dS \hat{n} \cdot \mathbf{B} = 0$ ①
ガウスの定理

つまり V として $z=0$ を含む任意の領域を考えると、①が成り立たない。

$B_z(z) = 0$ が必要である

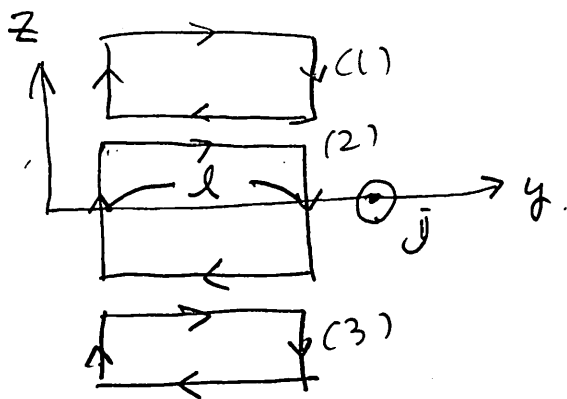
$\nabla \times \mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{j} \rightarrow \oint_C d\mathbf{l} \hat{t} \cdot \mathbf{B} = \mu_0 \int_S dS \hat{n} \cdot \mathbf{j}$ ②

ストークスの定理

経路 C 上の接線方向の単位ベクトル

つまり S として y 軸に垂直な「任意」の面を考えると, \mathbf{j} は y 成分を持たないため ②の右辺は 0.

一方、右辺の線積分は、 \mathbf{B} の x 成分と z 成分のみ関係がある。したがって $B_x(z) = 0$ も必要である



最後に、 x 軸に垂直な面にて ② を考える。

(1) (3) のように $z=0$ 面を含まない場合は ②の右辺は 0

(2) のように $z=0$ 面を通過する場合は

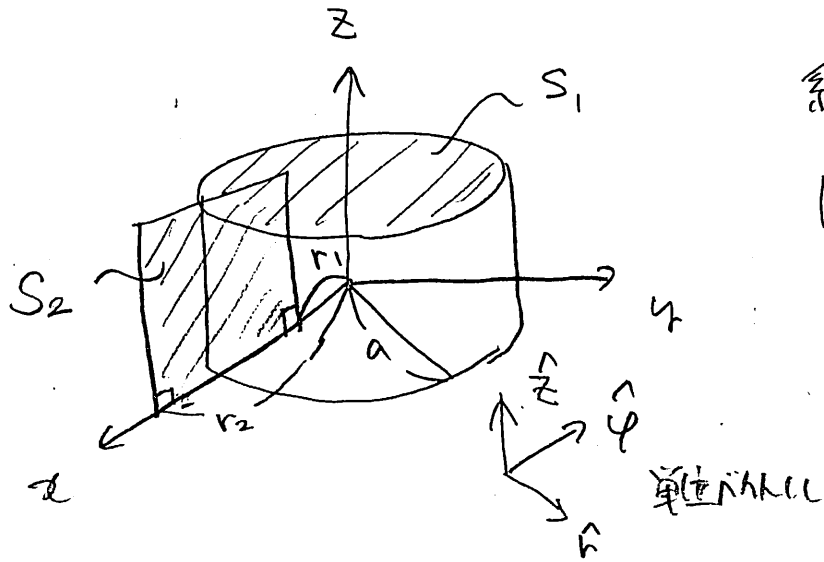
②の右辺 = $-\mu_0 k l$

したがって (対称性) の両対称性を考慮して

(これは右図参照)

$B_y(z) = \begin{cases} -\frac{\mu_0 k}{2} & (z > 0) \\ +\frac{\mu_0 k}{2} & (z < 0) \end{cases}$ $B_x = B_z = 0$

3



系が z 軸を中心として回転対称であるので

$$B(r) = B_r(r) \hat{r} + B_\phi(r) \hat{\phi} + B_z(r) \hat{z} \quad \text{と仮定}$$

$$\nabla \cdot B = 0 \rightarrow \int_V dS \hat{n} \cdot B = 0 \quad \dots \textcircled{1}$$

ガウスの定理

V を z 軸を中心とする円柱とする
 二枚の板を反対向きに置く (半径は任意)

$B_r = 0$ が必要

$$\nabla \times B = \mu_0 J \rightarrow \oint_C dl \hat{t} \cdot B = \mu_0 \int_S dS \hat{n} \cdot J \quad \dots \textcircled{2}$$

ストークスの定理

• 二枚の板 S を z 軸を中心とする円板 S1 と反対向きに置く。C の接線ベクトル \hat{t} は $\hat{\phi}$ 方向になる。電流 J は $\hat{\phi}$ 成分を持たないため $\textcircled{2}$ の右辺 = 0 となるので $B_\phi = 0$ が必要

• 次に S を z 軸を中心とする円 S2 のおりに $\hat{\phi}$ 方向に垂直な面を考える。これは、問題直列の場合に電流の流れる面を含む場合 / 含まない場合で分けて考える。(詳細は別各)
 また無限遠で $B = 0$ と要請する

$$B_z(r) = \begin{cases} \mu_0 K & (0 < r < a) \\ 0 & (r > a) \end{cases}$$

とわかる。