

ベクトルと行列 1 (担当 松下勝義)

演習問題 1-III (平面ベクトルと空間ベクトル)

以下に示した問いに答えよ.

— 演習問題 1-III-a

次の行列 \hat{A} とベクトル \mathbf{b} の積 $\hat{A}\mathbf{b}$ を答えよ.

$$\hat{A} = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 3 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{b} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix} \quad (27)$$

— 演習問題 1-III-b

次の行列 \hat{A}

$$\hat{A} = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 4 & 3 & 1 \end{pmatrix} \quad (28)$$

について次のものを答えよ.

- * (1) 2 行目の行ベクトル
- * (2) 3 列目の列ベクトル
- * (3) 2 行 2 列成分

— 演習問題 1-III-c

次の行列のペア \hat{A} と \hat{B} の和 $\hat{A} + \hat{B}$ と二種類の積 $\hat{A}\hat{B}$ 及び $\hat{B}\hat{A}$ を定義できる場合は計算せよ. できない場合は理由を述べよ.

- * (1)

$$\hat{A} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}, \quad \hat{B} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (29)$$

- * (2)

$$\hat{A} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad \hat{B} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (30)$$

— 演習問題 1-III-d

行列 \hat{C}

$$\hat{C} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix} \quad (31)$$

に対して $\hat{C}^3 = \hat{C}\hat{C}\hat{C}$ を計算せよ.

ヒント: 問題 1-III-c-(2) の行列と単位行列の和で \hat{C} を表すことで簡単に計算できる.

— 演習問題 1-III-e

次の三つの 2 次正方行列の中から条件を満たす行列を選べ.

$$\begin{aligned} \hat{P}_2(3) &= \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}, & \hat{P}_{21}(3) &= \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \\ \hat{P}_{12} &= \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, & \hat{P}_{12}(-2) &= \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -2 & 1 \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (32)$$

- * (a) 左からかけた際, 2 行目を 3 倍して 1 行目へ足す行列.
- * (b) 左からかけた際, 1 行目と 2 行目を入れ替える行列.
- * (c) 左からかけた際, 2 行目を 3 倍する行列
- * (d) 左からかけた際, 1 行目を -2 倍して 2 行目へ足す行列.

ヒント: それぞれの行列を行列 \hat{A}

$$\hat{A} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix} \quad (33)$$

へかけたときどの様に変化するかを調べよ.