

## 線形代数 I (担当 松下勝義)

### V. (行列の階数と連立方程式の解)

以下の行列  $\hat{A}$  とベクトル  $x, b$  に対して連立方程式,

$$\hat{A}x = b$$

を考え, 以下の二つの問いに答えよ.

1. 係数行列  $\hat{A}$  を階段行列  $\hat{B}$  へ変形することで, 拡大係数行列  $(\hat{A} \ b)$  を  $(\hat{B} \ d)$  の形に変形せよ. そして係数行列  $\hat{A}$  の階数  $r(\hat{A})$  を求め, 解の有無を答えよ.
2. 解がある場合はピボットではない未知数  $c_1, c_2, \dots$  を含む形で求めよ.

• 演習問題 V-1.

$$\hat{A} = \begin{pmatrix} 2 & -4 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}, \quad x = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}, \quad b = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}.$$

• 演習問題 V-2.

$$\hat{A} = \begin{pmatrix} 2 & -4 \\ 3 & 4 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}, \quad x = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}, \quad b = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix}.$$

• 演習問題 V-3.

$$\hat{A} = \begin{pmatrix} 2 & -4 & 0 \\ 4 & 0 & 4 \\ 1 & 2 & 2 \end{pmatrix}, \quad x = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}, \quad b = \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 1 \end{pmatrix}.$$