

線形代数 II (担当 松下勝義)

レポート問題 III. (基底の取り換え, 直行基底, シュミットの直交化)

- レポート問題 III-1. 二つのベクトルの組からなる基底 (a_1, a_2) ,

$$a_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad a_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad (35)$$

と (b_1, b_2)

$$b_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad b_2 = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

に対して

- (1) (a_1, a_2) と (b_1, b_2) を取り換え

$$(b_1, b_2) = (a_1, a_2)\hat{P} \quad (36)$$

での行列 \hat{P} を求めよ.

- (2) a_1, a_2 及び b_1, b_2 を図示し, \hat{P} が a_1, a_2 をそれぞれ回転や伸長で変更して b_1, b_2 に変えているかを述べよ.
- (3)

$$\langle b_1, b_2 \rangle = \langle a_1, a_2 \rangle \quad (37)$$

かどうかを判定せよ.

- (4) c での a_1, a_2 での座標が $(1, 1)$ のとき (2) で作った図から c の b_1, b_2 での座標を求めよ.

- レポート問題 III-2. 次の 2 次元ベクトル空間の基底

$$a_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad a_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix},$$

について以下に答えよ.

- (1) シュミットの直交化法で正規直交基底を作り, それらを図示せよ.
- (2) 元の基底で座標が $(1, 1)$ のベクトルに対して, 得られた正規直交基底での座標を与えよ. また標準基底での座標として正規直交基底とこのベクトルとを作図せよ.