

線形代数 II (担当 松下勝義)

問題

II. (ベクトル空間, ベクトルの 1 次独立と 1 次従属, 基底と次元)

- 演習問題 II-1. (ベクトルの 1 次独立と 1 次従属) 以下のベクトルの組に対して 1 次独立か 1 次従属かを答えよ.

– (1)

$$\mathbf{a}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{a}_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{a}_3 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

– (2)

$$\mathbf{a}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{a}_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{a}_3 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{a}_4 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

- 演習問題 II-2. 4 次元ベクトル空間を考えたとき, 以下の 4 つのベクトル

$$\mathbf{a}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{a}_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{a}_3 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{a}_4 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

を生成系とする部分空間 W について次の問いに答えよ.

- (1) W の次元を答えよ.
- (2) W の基底になるベクトルを $\{\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \mathbf{a}_3, \mathbf{a}_4\}$ から選んで与えよ..
- (3) (2) で与えた基底に対して, $\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \mathbf{a}_3, \mathbf{a}_4$ の座標を与えよ.