

線形代数 II (担当 松下勝義)

演習 5. (固有値と固有ベクトル)

- 演習 5. 次のそれぞれの行列 \hat{A}

– 1

$$\hat{A} = \begin{pmatrix} -4 & 3 \\ -2 & 3 \end{pmatrix}$$

– 2

$$\hat{A} = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$$

に対して, 次の問いに答えよ.

- (1) 固有値と固有ベクトルを全て求めよ.
- (2) 全ての固有値に対して, 対応する固有ベクトルを成分が適当な整数になるように大きさを選んで標準基底の座標で図示せよ.
- (3) 得られた固有ベクトルが一次独立か判定し, それらが二次元ベクトル空間の基底となるか答えよ. さらに固有ベクトルの大きさを正規化することで正規直交基底が得られる場合, その正規直交基底を答えよ.
- (4) 二つの固有ベクトルの差 $u - v$ に与えられた行列を

$$\hat{A}(u - v)$$

のように左からかけて線形変換したとき, どのようなベクトルになるか与え, 標準基底で図示せよ.