

線形代数 II (担当 松下勝義)

演習 C. (固有値と固有ベクトル, 行列の対角化)

• 演習 C-1.

- (a) 次の行列 \hat{A} に対して, 固有値, 固有ベクトルを求めよ.
- (b) 対角化できるか判定せよ.
- (c) 対角化できる場合, 対角化し, 対角化のための正則行列 \hat{P} を求めよ. ただし, \hat{A} が対称行列の場合, \hat{P}^{-1} は直行行列として与えよ.

- (1)

$$\begin{pmatrix} 3 & 3 \\ -2 & -4 \end{pmatrix}$$

- (2)

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -1 & 3 & 1 \\ 3 & -2 & 1 \end{pmatrix}$$

- (3)

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -1 & 3 & 1 \\ 0 & 5 & 4 \end{pmatrix}$$

- (4)

$$\begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

• 演習 C-2.

- (1) 次の二つの行列 \hat{A}, \hat{B} に対して

$$\hat{A} = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}, \quad \hat{B} = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}.$$

同じ正則行列 \hat{P} で対角化可能か答えよ.

- (2) 同じ \hat{P} で対角化可能であれば \hat{A}, \hat{B} が可換であることを示せ.
(ヒント:対角行列同士は可換になる.)