# 演習 A. (平面ベクトルと空間ベクトル)

- 演習問題 A-1.

$$\boldsymbol{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \boldsymbol{b} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \tag{1}$$

  としたとき,

  - (1) $\boldsymbol{a}$ と $\boldsymbol{b}$ のそれぞれのノルムと内積を計算せよ.
  - (2) $\boldsymbol{a}$ と $\boldsymbol{b}$ の外積を計算せよ.
  - (3) $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{a} - \boldsymbol{b}$ と $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{a} + \boldsymbol{b}$ の内積と直積を計算せよ.
  - (4) $\boldsymbol{x}$ と $\boldsymbol{y}$ の成す角を求めよ.
  - (5) $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{x} \times \boldsymbol{y}$ の成す平行六面体の体積を求めよ.

- 演習問題 A-2. 空間ベクトル $\boldsymbol{a}$ と $\boldsymbol{b}$ とその成す角を $\theta$ として

$$(\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}) = ||\boldsymbol{a}||||\boldsymbol{b}|| \cos(\theta)$$

  と書けることから余弦定理,

$$c^2 = ||\boldsymbol{a}||^2 + ||\boldsymbol{b}||^2 - 2||\boldsymbol{a}||||\boldsymbol{b}|| \cos(\theta)$$

  を示せ. ただし $c$ は $\boldsymbol{a}$ と $\boldsymbol{b}$ が作る三角形のもう一つの辺の長さである.

- 演習問題 A-3. 空間ベクトル $\boldsymbol{a}$ と $\boldsymbol{b}$ とその成す角を $\theta$ とする. さらに $\boldsymbol{a}$ は第一成分のみ 0 ではなく, $\boldsymbol{b}$ は第三成分が 0 とするとき, 外積

$$\boldsymbol{a} \times \boldsymbol{b} = \left( \begin{vmatrix} a_2 & b_2 \\ a_3 & b_3 \end{vmatrix}, \begin{vmatrix} a_3 & b_3 \\ a_1 & b_1 \end{vmatrix}, \begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix} \right)$$

  の大きさが

$$||\boldsymbol{a} \times \boldsymbol{b}|| = ||\boldsymbol{a}||||\boldsymbol{b}|| \sin(\theta)$$

  と書けることを示せ.