線形代数 I (担当 松下勝義)

VIIb. (行列の転置, 逆行列)

- 以下に与えられた定数 k と行列 $\hat{A}$, $\hat{B}$, $\hat{C}$ に対して, 以下の式のペアの結果を求めよ.

  – (冪乗の転置)

$$ {}^t(\hat{A}^3), \qquad ({}^t\hat{A})^3. $$

  – (積の転置)

$$ {}^t(\hat{A}\hat{B}), \qquad {}^t\hat{B}\,{}^t\hat{A}. $$

1. 演習問題 VIIb-1.

$$ \hat{A} = \hat{I} \equiv \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \qquad \hat{B} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}. $$

2. 演習問題 VIIb-2.

$$ \hat{A} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}, \qquad \hat{B} = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}. $$

- 以下に与えられた $(\hat{A} - \hat{I})^2 = \hat{O}$ を満たす行列 $\hat{A}$ と $\hat{B} = (2\hat{I} + \hat{A})$ が互いに逆行列であることを確かめよ. また, それぞれの転置行列についても互いに逆行列であることを確かめよ. ただし $\hat{I}$ は基本行列, $\hat{O}$ は零行列である.

3. 演習問題 VIIb-3.

$$ \hat{A} = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \qquad \hat{B} = \hat{I} + (\hat{I} - \hat{A}) = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}. $$

- 以下に与えられた行列 $\hat{A}$ に逆行列が存在しないことを背理法により示せ.

4. 発展問題 VIIb-4.

$$ \hat{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}. $$