

線形代数 I (担当 松下勝義)

演習問題 1-VI. (逆行列と連立一次方程式の解)

以下の行列に対して \hat{A} が与えられているとき,

● 演習問題 1-VI-a

$$\hat{A} = \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}. \quad (19)$$

● 演習問題 1-VI-b

$$\hat{A} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 2 & 3 & 4 \\ 3 & 4 & 5 \end{pmatrix}. \quad (20)$$

以下の問いに答えよ.

- (1) 行列 \hat{A} を単位行列と共に階段行列へ変形する手順を与えよ.
- (2) 行列 \hat{A} が正則かどうか答えよ. 正則な場合逆行列 \hat{A}^{-1} を与えよ.
- (3) $\hat{A}\hat{A}^{-1}$ と $\hat{A}^{-1}\hat{A}$ を計算し単位行列 \hat{I} と一致するか確認せよ

● 演習問題 1-VI-c 行列 \hat{A} とベクトル \mathbf{b} が以下で与えられているとき,

$$\hat{A} = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{b} = \begin{pmatrix} 4 \\ 6 \end{pmatrix}. \quad (21)$$

連立一次方程式,

$$\hat{A}\mathbf{x} = \mathbf{b} \quad (22)$$

に対して以下の問いに答えよ.

- (1) 係数行列 \hat{A} を単位行列と共に階段行列へ変形する手順を与えよ.
- (2) 係数行列 \hat{A} が正則かどうか答えよ. 正則である場合は逆行列を与えよ.
- (3) 逆行列を用いて連立一次方程式の解を求めよ.
- (4) 掃き出し法で解を求めよ.
- (5) 計算手順の数を (3) の逆行列での解法と (4) の掃き出し法のどちらが多いか議論して答えよ.