

線形代数 I (担当 松下勝義)

Xa. (行列式の性質)

次の定数 k と n 次正方行列 \hat{A} と \hat{B} に対して下の式のペアを行列式の定義より計算せよ.

- (スカラー倍)

$$k^n |\hat{A}|, \quad |k\hat{A}|. \quad (3)$$

- (転置)

$$|{}^t\hat{A}|, \quad |\hat{A}|. \quad (4)$$

- (行列の積)

$$|\hat{A}\hat{B}|, \quad |\hat{A}||\hat{B}|. \quad (5)$$

1. 演習問題 Xa-1.

$$k = 3, \quad \hat{A} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ 0 & a_{22} \end{pmatrix}, \quad \hat{B} = \begin{pmatrix} b_{11} & 0 \\ b_{21} & b_{22} \end{pmatrix}.$$

2. 演習問題 Xa-2.

$$k = 2, \quad \hat{A} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ -2 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & -3 \end{pmatrix}, \quad \hat{B} = \hat{A}^{-1}$$

以下に与えられた全ての行列式を計算せよ. ただし, 教科書の定理 4.5-定理 4.8 を用いてよい.

3. 演習問題 Xa-3(行や列ベクトルのスカラー倍).

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 2 & 1 & 1 \\ k & k & k \end{vmatrix}, \quad \begin{vmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 2k & k & k \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix}, \quad \begin{vmatrix} k & 2k & 0 \\ 2 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix}, \quad \begin{vmatrix} 1 & 2k & 0 \\ 2 & k & 1 \\ 1 & 1k & 1 \end{vmatrix}$$

4. 演習問題 Xa-4.(三角行列などの 0 成分を多く含む行列式)

$$\begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 & d_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 & d_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 & d_3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix}, \quad \begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 & d_1 \\ 0 & b_2 & c_2 & d_2 \\ 0 & 0 & c_3 & d_3 \\ 0 & 0 & 0 & d_4 \end{vmatrix}, \quad \begin{vmatrix} 1 & b_1 & c_1 & d_1 \\ 0 & 1 & 2 & 0 \\ 0 & 2 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \end{vmatrix}$$

5. 演習問題 Xa-5. (行ベクトルの和)

$$\begin{vmatrix} a_1 & 2+c \\ a_2 & 3+c \end{vmatrix} - c \begin{vmatrix} a_1 & 1 \\ a_2 & 1 \end{vmatrix}.$$