線形代数 II (担当 松下勝義)

III. (基底の取り換え, 直行基底, シュミットの直交化)

- レポート問題 III-1. 二つのベクトルの組からなる基底 $(\boldsymbol{a}_1, \boldsymbol{a}_2)$,

$$\boldsymbol{a}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \boldsymbol{a}_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \tag{35}$$

  と $(\boldsymbol{b}_1, \boldsymbol{b}_2)$

$$\boldsymbol{b}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad \boldsymbol{b}_2 = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

  に対して

  - (1) $(\boldsymbol{a}_1, \boldsymbol{a}_2)$ と $(\boldsymbol{b}_1, \boldsymbol{b}_2)$ を取り換え

$$(\boldsymbol{b}_1, \boldsymbol{b}_2) = (\boldsymbol{a}_1, \boldsymbol{a}_2)\hat{P} \tag{36}$$

    での行列 $\hat{P}$ を求めよ.
  - (2) $\boldsymbol{a}_1$, $\boldsymbol{a}_2$ 及び $\boldsymbol{b}_1$, $\boldsymbol{b}_2$ を図示し, $\hat{P}$ が $\boldsymbol{a}_1$, $\boldsymbol{a}_2$ をそれぞれ回転や伸長で変更して $\boldsymbol{b}_1$, $\boldsymbol{b}_2$ に変えているかを述べよ.
  - (3)

$$\langle \boldsymbol{b}_1, \boldsymbol{b}_2 \rangle = \langle \boldsymbol{a}_1, \boldsymbol{a}_2 \rangle \tag{37}$$

    かどうかを判定せよ.
  - (4) $\boldsymbol{c}$ での $\boldsymbol{a}_1, \boldsymbol{a}_2$ での座表が $=$ (1, 1) のとき (2) で作った図から $\boldsymbol{c}$ の $\boldsymbol{b}_1, \boldsymbol{b}_2$ での座表を求めよ.

- レポート問題 III-2. 次の 2 次元ベクトル空間の基底

$$\boldsymbol{a}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad \boldsymbol{a}_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix},$$

  について以下に答えよ.

  - (1) からシュミットの直交化法で正規直交基底を作れ.
  - (2) 上の基底で座標が (1, 1) のベクトルに対して, 得られた正規直交基底での座標を与えよ.