

線形代数 II (担当 松下勝義)

演習問題 II. (ベクトル空間, ベクトルの 1 次独立と 1 次従属, 基底と次元)

- 演習問題 II-1. (ベクトルの 1 次独立と 1 次従属) 以下のベクトルの組に対して 1 次独立か 1 次従属かを答えよ.

– (1)

$$\mathbf{a}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{a}_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{a}_3 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

– (2)

$$\mathbf{a}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{a}_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{a}_3 = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix} \quad (22)$$

- 演習問題 II-2. 以下の 4 つのベクトル

$$\mathbf{a}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{a}_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{a}_3 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{a}_4 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$$

を生成系とする部分空間 W について次の問いに答えよ.

- (1) W の次元を答えよ.
- (2) W の基底を $\{\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \mathbf{a}_3, \mathbf{a}_4\}$ から選んで与えよ.
- (3) (1) で与えた基底に対して, $\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \mathbf{a}_3, \mathbf{a}_4$ の座標を与えよ.

- 演習問題 II-3. 以下のベクトル

$$\mathbf{c} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

を以下の基底で表し, それぞれ座標を図示せよ.

– (1)

$$\mathbf{a}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{a}_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}. \quad (23)$$

– (2)

$$\mathbf{b}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{b}_2 = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix}. \quad (24)$$