

## 線形代数 II (担当 松下勝義)

### 演習 6. (行列の対角化)

- 演習 6-1 次の対称行列  $\hat{S}$

$$\begin{pmatrix} 4 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \quad (202)$$

について以下の問いに答えよ.

- (1) この行列の固有値と固有ベクトルをすべて与えよ. ただし, 固有ベクトルは正規化せよ.
- (2) 二つの固有ベクトル  $u$  と  $v$  が直交しているか判定せよ. またそれぞれ図示せよ. 図示する場合は各軸の目盛りは  $1/\sqrt{5}$  単位にとって良い.
- (3) この行列が対角化可能か判定せよ.
- (4)  $u$  と  $v$  を二次元ベクトル空間の基底とできるか答えよ.
- (5) この行列を対角化した行列  $\hat{\Lambda}$  を与えよ. さらにこれを対角化

$$\hat{\Lambda} = \hat{O}^t \hat{S} \hat{O} \quad (203)$$

のための直交行列  $\hat{O}$  (つまり  $\hat{O}^t = \hat{O}^{-1}$  が成立する) を与えよ. ただし  $\hat{O}$  が直交行列であることは計算して示せ.

- (6) 標準基底でのベクトル  $a=(2, -2)$  に対して,  $\hat{S}^5 a$  を与えよ. ヒント:  $\hat{S}^5$  の計算よりも  $\hat{\Lambda}^5$  の計算の方が簡単にできる.