線形代数 II (担当 松下勝義)

III. (基底の取り換え, 直行基底, シュミットの直交化)

- 演習問題 III-1. (ベクトルの１次独立と１次従属) 二つのベクトルの組からなる基底 $(\boldsymbol{a}_1, \boldsymbol{a}_2)$ と $(\boldsymbol{b}_1, \boldsymbol{a}_b)$

  $$\boldsymbol{a}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \boldsymbol{a}_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad \boldsymbol{b}_1 = \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad \boldsymbol{b}_2 = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

  に対して

  - (1) $(\boldsymbol{a}_1, \boldsymbol{a}_2)$ と $(\boldsymbol{b}_1, \boldsymbol{b}_2)$ を取り換え

    $$(\boldsymbol{b}_1, \boldsymbol{b}_2) = (\boldsymbol{a}_1, \boldsymbol{a}_2)\hat{P} \tag{4}$$

    で行列 $\hat{P}$ を求めよ.
  - (2)

    $$\langle \boldsymbol{b}_1, \boldsymbol{b}_2 \rangle = \langle \boldsymbol{a}_1, \boldsymbol{a}_2 \rangle \tag{5}$$

    かどうかを判定せよ.
  - 演習問題 III-2. 次の三次元ベクトル空間の基底

    $$\boldsymbol{a}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \boldsymbol{a}_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad \boldsymbol{a}_3 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

    をシュミットの直交化法で正規直交基底を作れ.