ベクトルと行列 1 (担当 松下勝義)

演習問題 1-IV (掃き出し法)

次の連立一次方程式

- **演習問題 1-IV-a**

$$\begin{cases} 2x & -y & = 1 \\ x & +4y & = 5 \end{cases} \tag{26}$$

- **演習問題 1-IV-b**

$$\begin{cases} x & +2y & -z & = 2 \\ x & -y & & = 0 \\ & y & +z & = 2 \end{cases} \tag{27}$$

- **演習問題 1-IV-b**

$$\begin{cases} x & +2y & -z & = 2 \\ x & -y & & = 0 \\ 2x & y & -z & = 2 \end{cases} \tag{28}$$

に対して,

- **(a)** の係数行列 $\hat{A}$ とベクトル $\boldsymbol{b}$ と

$$\boldsymbol{x} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \tag{29}$$

  を使って $\hat{A}\boldsymbol{x} = \boldsymbol{b}$ と表せるとき, $\hat{A}$ と $\boldsymbol{b}$ を答えよ.
- **(b)** 拡大係数行列 $(\hat{A} \;\; \boldsymbol{b})$ を求めよ.
- **(c)** 掃き出し法で解を求める際の行基本変形の手順を示せ. そして解がある場合は連立一次方程式の解を求めよ.

演習問題 1-IV 解答例. (行列の演算)

- **演習問題 1-IV-a**
  - **(1)**

$$\hat{A} = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}, \quad \boldsymbol{b} = \begin{pmatrix} 1 \\ 5 \end{pmatrix} \tag{30}$$

  - **(2)**

$$\begin{pmatrix} \hat{A} & \boldsymbol{b} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 1 & 4 & 5 \end{pmatrix} \tag{31}$$

  - **(3)**

$$\begin{aligned}
\begin{pmatrix} \hat{A} & \boldsymbol{b} \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 1 & 4 & 5 \end{pmatrix} && (32)\\
&\overset{①\Leftrightarrow②}{\Rightarrow} \begin{pmatrix} 1 & 4 & 5 \\ 2 & -1 & 1 \end{pmatrix} && (33)\\
&\overset{②-2①}{\Rightarrow} \begin{pmatrix} 1 & 4 & 5 \\ 0 & -9 & -9 \end{pmatrix} && (34)\\
&\overset{②/-9}{\Rightarrow} \begin{pmatrix} 1 & 4 & 5 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix} && (35)\\
&\overset{①-4②}{\Rightarrow} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix} && (36)\\
&= \begin{pmatrix} \hat{C} & \boldsymbol{d} \end{pmatrix} && (37)
\end{aligned}$$

となる. 従って答えは $\boldsymbol{d}$ より,

$$\begin{cases} x = 1 \\ y = 1 \end{cases} \tag{38}$$

となる.

- **演習問題 1-IV-b**
  - **(1)**

$$\hat{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}, \quad \boldsymbol{b} = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix} \tag{39}$$