ベクトルと行列 1 (担当 松下勝義)

演習問題 1-II (平面ベクトルと空間ベクトル)

以下に示した行列の演算を計算せよ.

- **演習問題 1-I-a**
  次の行列のペア $\hat{A}$ と $\hat{B}$ の和 $\hat{A}+\hat{B}$ と二種類の積 $\hat{A}\hat{B}$ 及び $\hat{B}\hat{A}$ を定義できる場合は計算せよ. できない場合は理由を述べよ.
  * **(1)**

$$\hat{A} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}, \quad \hat{B} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \tag{23}$$

  * **(2)**

$$\hat{A} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad \hat{B} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \tag{24}$$

- **演習問題 1-I-b**
  行列 $\hat{C}$

$$\hat{C} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix} \tag{25}$$

  に対して $\hat{C}^3 = \hat{C}\hat{C}\hat{C}$ を計算せよ.
  ヒント: 問題 3–1(b) の和と単位行列の性質を用いると簡単に計算できる.

- **演習問題 1-I-c**
  次の三つの 2 次正方行列の中から条件を満たす行列を選べ.

$$\hat{P}_2(3) = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}, \quad \hat{P}_{21}(3) = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad \hat{P}_{12} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \hat{P}_{12}(-2) = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -2 & 1 \end{pmatrix} \tag{26}$$

  * (a) 左からかけた際, 2 行目を 3 倍して 1 行目へ足す行列.
  * (b) 左からかけた際, 1 行目と 2 行目を入れ替える行列.

* (c) 左からかけた際, 2 行目を 3 倍する行列
* (d) 左からかけた際, 1 行目を -2 倍して 2 行目へ足す行列.

ヒント: それぞれの行列を行列 $\hat{A}$

$$\hat{A} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix} \tag{27}$$

へかけたときどの様に変化するかを調べよ.