

力学 1 演義 (スタンダードクラス) 第 5 回 2004.5.19

1. 前回の残り
2. 以下の微分方程式の一般解を求めよ。線形非斉次微分方程式なので、斉次方程式の一般解に特解を加えればよい。特解はどうやって求めてもよいが、とりあえず、微分項を 0 と置いてみるとひとつの解が得られる。出た結果がたしかに解になっていることを微分方程式に代入して確認すること

(a)

$$t \frac{dx}{dt} - 3x = t + 1$$

これは一階線形なので、一般解は未定定数をひとつだけ含む。斉次方程式は変数分離型に書ける (特性方程式の方法でもよい)。非斉次方程式の解は定数変化法でも求められる

(b)

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \alpha x = At$$

( $\alpha > 0$  と  $\alpha < 0$  のそれぞれについて) 斉次方程式の一般解を得るには、解を  $x = \exp(\lambda t)$  という形に仮定してみればよい (特性方程式の方法)

3. ロケットは推進剤 (propellant) を噴射して、その反作用で飛ぶので、質量はだんだん減ってゆく。簡単のために、質量は単位時間あたり一定量ずつ減り ( $m = m_0 - at$  で  $a > 0$  は定数)、それによる推進力は一定であるとしよう。重力は考えない。
  - (a) 質量が時間とともに変化することに注意して、ロケットの運動方程式を書け (速度についての一階微分方程式とする)。この方程式は一階線形非斉次微分方程式となる
  - (b) 運動方程式の一般解を求めよ
  - (c) 初速度  $v(0) = 0$  として、速度変化のグラフを描け

4. 第 3 回の 4