力学 1 演義 (スタンダードクラス) 第一回　2006.4.14

1. **速度に比例する抵抗力**と**重力**のもとでの質点 (質量 m) の落下を表す運動方程式は (上方を x の正方向とすると)
$$m\frac{d^2x}{dt^2} = -\gamma\frac{dx}{dt} - mg$$
で与えられる (x 方向のみ)。
   (a) γ はどういう次元を持つ量か。

   > ただし、次元の表し方は以下のようにする。時間の次元を $[T]$、長さの次元を $[L]$、質量の次元を $[M]$ と表す。力学に現れるすべての量の次元は、この三つの組み合わせで表せる。例えば「速さ」(単位時間あたりに進む距離) の次元は $[LT^{-1}]$ となる。なお、「次元」は「単位」ではない。長さの次元は $[L]$ だが、長さの単位は SI 単位系なら m、cgs 単位系なら cm、尺貫法の単位系なら寸や尺である。

   (b) 運動方程式中に現れる三つの定数 (m, γ, g) を適宜組みあわせることにより、時間の次元を持つ量と長さの次元を持つ量を作れ
   (c) 同様に、抵抗力が**速度の二乗に比例**する場合について、運動方程式を作り、その中に現れる定数を組み合わせて、時間および長さの次元を持つ量を作れ
2. 適当な 2 次元直交座標上で位置ベクトル $\boldsymbol{r}_1 = (x_1, y_1)$ $\boldsymbol{r}_2 = (x_2, y_2)$ で表される 2 点がある。この 2 点を以下のような別の座標系で表示することを考える
   (a) 座標軸を元の座標系の x 方向に a だけ平行移動した座標系
   (b) 座標軸を元の座標系の原点のまわりで角度 θ だけ回転した座標系

   まず、説明のための概念図を描き、次に各座標系上での 2 点の座標を求めよ。また、この 2 点間を結ぶベクトルの成分表示をそれぞれの座標系について求めよ。
3. **円運動**をその中心を原点とする座標系で見ると、物体の**位置ベクトルの長さ**が一定 (時間とともに変化しない) である。この事実から、円運動では物体の位置ベクトルと速度ベクトルが直交することを示せ。ベクトルの長さの二乗を時間で微分したものが 0 になることを使えばよい。
4.
$$e^{ix} = \cos x + i\sin x$$
を両辺を $x = 0$ のまわりでテーラー展開することによって証明せよ